دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد
گرایش آنالیز

عنوان

برخی قضایای نقطه ثابت برای زیر مجموعه های sـ محدب در فضاهای pـ نرم دار

نگارش
نام دانشجو

استاد راهنما

شهریور ۱۴۰۱

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

رساله کارشناسی ارشد

برخی قضایای نقطه ثابت برای زیر مجموعه های sـ محدب در فضاهای pـ نرم دار

نگارش: نام دانشجو

استاد راهنما: امضاء:

استاد مشاور: دکتر امضاء:

استاد ممتحن داخلی: دکتر امضاء:

استاد ممتحن خارجی: دکتر امضاء:

تقدیر و تشکر

ضمن سپاس بیکران از خداوند، بر خود لازم می‌دانم از جناب آقای دکتر اسداله آقاجانی که با ارائهٔ راهنمایی‌های مدبرانه و دلسوزانهٔ خود، نظارت و سرپرستی این پایان نامه را به عهده داشته‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی کنم. همچنین از زحمات آقای دکتر محمد باقر قائمی و نیز دکتر مسعود هادیان که قبول زحمت فرمودند و داوری این پایان نامه را به عهده گرفتند، مراتب سپاسم را ابراز می‌دارم.

همچنین از زحمات بی‌شائبهٔ مادر فداکار و پدر عزیزم که همواره در تمام مراحل انجام این رساله مرا یاری نمودند، قدردانی می‌نمایم.

به نام بخشایشگر مهربان

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

به نام مادر
بوسه‌ای باید زد
دست‌هایی را
که می‌شویند غبار خستگی روزگار را
و سیراب می‌کنند روح تشنه را
به نام پدر
بوسه‌ای باید زد
دست‌هایی را
که می تابانند
نیرو را
و محکم می‌کنند
استواری پایه‌های زیستن را ...

چکیده

در این پایان نامه وجود نقاط ثابت عملگرها روی مجموعه های sـ محدب در فضاهای pـ نرم دار که در آن $0 < p \leq 1$ و $0 < s \leq p$ مطالعه می شوند و به وسیله مفهوم هومئومورفیسم ها قضایای اساسی نقطه ثابت از جمله قضایای براور، شادر، کاکوتانی، پاتر، پتریشین، آلتمن و کراسنوزلسکی را برای زیر مجموعه های sـ محدب در فضاهای pـ نرم دار ثابت می کنیم و در پایان به عنوان یک کاربرد از این قضایا وجود جواب در نظریه بازی را که مربوط به توابع sـ محدب و sـ مقعر در فضاهای pـ نرم دار حاصلضربی می شوند بررسی می کنیم.

کلمات کلیدی:
فضای pـ نرم دار، مجموعه sـ محدب، قضیه نقطه ثابت، هومئومورفیسم، sـ تابعک مینکوفسکی

فهرست مطالب

فصل ۱

تعاریف و قضایای مقدماتی

۱.۱ فضای نرم دار

اگر X یک فضای برداری روی یک میدان حقیقی یا مختلط K با بردار صفر θ باشد و تابع $\|.\| : X \to \mathbf{R}$ به ازای هر $x, y \in X$ و $\alpha \in K$ دارای خواص زیر باشد:

۱) $\|x\| \geq ۰$.

۲) $\|x\| = ۰ \Leftrightarrow x = \theta$.

۳) $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$.

۴) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

فصل ۲

فضاهای pـ نرم دار و زیر مجموعه های sـ محدب

۱.۲ مقدمه

در این فصل ابتدا فضای pـ نرم دار را معرفی می کنیم و سپس برخی از فضاهای pـ نرم دار مهم را معرفی می کنیم و برخی از مطالعاتی که در این فضا شده است را باختصار شرح می دهیم و قضایای مهمی که در این فضا وجود دارد را اثبات می کنیم که این قضایا تقریبا مشابه به قضایا در فضاهای نرم دار است و در نهایت مجموعه های sـ محدب را معرفی می کنیم و برخی از خواص این مجموعه ها را بررسی می کنیم. (مرجع [۲۳] را ببینید.)

۲.۲ فضاهای pـ نرم دار

فصل ۳

برخی قضایای نقطه ثابت در فضاهای pـ نرم دار

۱.۳ مقدمه

فصل ۴

کاربردها

۱.۴ مقدمه

قضایای نقطه ثابت برای مجموعه های غیر محدب کاربردهای فراوانی همانند حالت مجموعه های محدب دارد. به عنوان یک مثال، در این بخش ما یک کاربرد از قضیه نقطه ثابت کاکوتانی در فضاهای pــ نرم دار را در نظریه بازی

کتاب‌نامه

[1] F. Albiac, Nonlinear structure of some classical quasi-Banach spaces and F-spaces, J. Math. Anal. Appl. 340 (2008) 1312-1325.

[2] G. An, Isometries on unit sphere of (l^{β_n}), J. Math. Anal. Appl. 301 (2005) 249-254.

[3] A.Bayoumi, Foundations of Complex Analysis in Non Locally Convex Spaces-Function Theory Without Convexity Conditions, Mathematics Studied 193, North Holland, Amsterdam/ New York/ Tokyo, 2003.

[4] G. G. Ding, New Theory in Functional Analysis, Academic Press, Beijing, 2007.

[5] S. G. Gal, J. A. Goldstein, Semigroups of linear operators on p-Fr$\acute{e}$chet spaces $0 < p < 1$, Acta Math. Hungar., 114 (1-2) (2007) 13-36.

[6] G. K$\ddot{o}$the, Topological Vector Spaces I, Springer-Verlag, Berlin, 1969.

[7] A. Latif, A result on best approximation in p-normed spaces, Archivum Mathematicum (Brno) Tomus 37 (2001) 71-75.

[8] W. Rudin, Functional Analysis, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1991.

[9] J. Wang, J. Y. Wang, Equimodular and linearity in modular spaces, J. Math. Anal Appl. 285 (2003) 212-223.

[10] J. Y. Wang, Locally β-convex analysis, J. Qingdao Univ. 14 (4) (2001) 32-40.

[11] S. Zhong, R. Li, Continuity of mappings between Fr$\acute{e}$chet spaces, J. Math. Anal. Appl. 331 (2005) 736-743.

[12] V. Klee. Leray-Schauder theory without local convexity, Math. Ann. 141 (1960) 286-296.

[13] K. Goebel, W. A Kirk, Topics in Metric Fixed Point Theory, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

[14] V. I. Istr$\breve{a}$tescu, Fixed Point Theory: An Introduction (Mathematics and its Application), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1981.

[15] D. R. Smart, Fixed Point Theorems, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

[16] S. Cobzas. Fixed point theorems in locally convex spaces-the Schauder mapping method, Fixed Point Theory and Applications 2006 Article ID 57950 (2006) 1-13.

[17] J. Bernues, A. Pena, On the shape of p-convex hulls $0 < p < 1$, Acta Math. Hungar. 74 (4) (1997) 345-353.

[18] S. S. Dragomir, s-Orlicz convex functions in linear spaces and jensen's discrete inequality, J. Math. Anal. Appl. 210 (1997) 419-439.

[19] A. Grothendiek, Produits tensorils topologiquest et espaces nucléaires, Mem. Amer. Math. Soc. 16, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1955.

[20] J. Lindenstrauss, L. Tzafriri, Classical Banach Spaces I, Ergeb. Math. Grenzgeb. 92, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 1977.

[21] R. E. Megginson, An Introduction to Banach Space Theory, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 1978.

[22] J. Z. Xiao, G. Li, Foundations of Abstract Analysis, Tsinghua University Press, Beijing, 2009.

[23] J. Z. Xiao, X. H. Zhu, Some fixed point theorems for s-convex subsets in p-normed spaces, Non. Anal. (2010) doi:10.1016/j.na.2010.10.046.

[24] E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Applications I:Fixed-Point Theorems, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 1986.

Abstract

In this thesis the existence of fixed point of operators on s-convex sets in p-normed spaces is studied, where $0 < p \leq 1$, $0 < s \leq p$. By means of homeomorphisms the fixed point theorems of the types of Brouwer, Schauder, Kakutani, Rothe, Petryshyn, Altman, and Krasnosel'skii are proved for s-convex sets. As an application, the existence result of solutions for the game concerning s-convex-concave operators is given in product p-normed spaces.

Keywords: *p-Normed space; s-Convex set; Fixed point theorem; Homeomorphism; Minkowski s-functional*

Iran University of Science and Technology
Department of Pure Mathematics

Master of Science Thesis

School of Mathematics

Topic

Some fixed point theorems for s-convex subsets in p-normed spaces

By

Alireza Mosleh Tehrani

Supervisor

Dr. A.

September